

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2019 – 2020 учебный год

6 КЛАСС

1. Если 200-й день какого-то года пришёлся на воскресенье, и 100-й день следующего за ним года — тоже на воскресенье, то каким днём недели был 300-й день предыдущего года?
2. Четыре спортсменки — Аня, Валя, Галя и Даша — заняли первые четыре места на соревнованиях по гимнастике, причём никакие две из них не делили между собой никакого места. На вопрос, какое место заняла каждая из них, трое зрителей дали три разных ответа:
 - 1) Аня — второе, Даша — третье;
 - 2) Аня — первое, Валя — второе;
 - 3) Галя — второе, Даша — четвёртое.В каждом из этих ответов одно утверждение верно, а другое ложно. Какое место заняла каждая спортсменка?
3. Можно ли расставить по кругу четыре единицы, три двойки и три тройки так, чтобы сумма никаких трёх подряд стоящих цифр не делилась на 3?
4. Существуют ли такие две цифры a и b , что числа от 2 до 2019 можно разбить на пары таким образом, чтобы сумма чисел в каждой паре записывалась в десятичной записи только цифрами a и b ?
5. Могут ли два квадрата разбить плоскость более чем на 10 частей?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2019 – 2020 учебный год

7 КЛАСС

1. Будильник отстаёт на 4 минуты в час. Три с половиной часа назад будильник был поставлен точно. Сейчас на часах, показывающих точное время, ровно 12. Через сколько минут на будильнике тоже будет 12 часов?
2. Выписаны все натуральные числа от 1 до 2019 включительно. В записи скольких из них встречается цифра 1?
3. Каждый из голосовавших на выборах проголосовал ровно за одного из 27 кандидатов. После подсчёта голосов обнаружилась закономерность, верная для каждого из кандидатов: если кандидат набрал ровно n голосов, то процент проголосовавших за него не превышает $n - 1$. Какое наименьшее число людей могло голосовать на этих выборах?
4. Из клетчатой бумаги вырезали прямоугольник размером 8×12 . Затем от него отрезали два равнобедренных прямоугольных треугольника с катетом 4 — один из них отрезан от левого нижнего угла, а второй — от правого верхнего. Получился шестиугольник. Разрезать его на три части, из которых можно сложить квадрат.
5. На доске написаны все натуральные числа от 1 до 100. Алиса и Боб по очереди стирают по одному числу, пока на доске не останется два числа. Если их сумма делится на три, выиграла Алиса, если не делится — Боб. Первой ходит Алиса. Кто выиграет, если игроки не допустят ошибок?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2019 – 2020 учебный год

8 КЛАСС

1. Выписаны все натуральные числа от 1 до 2019 включительно. В записи скольких из них есть хотя бы одна общая цифра с числом 2019?
2. До повышения цен чай с двумя пряниками стоил 1 рубль. Когда все цены выросли (на одинаковое число процентов), рубля стало хватать только на чай с одним пряником. Потом цены опять выросли, причём на столько же процентов, как и в первый раз. Хватало ли после этого рубля хотя бы на чай?
3. Привести пример семизначного числа, составленного из 7 различных цифр, которое делится на каждую из этих цифр.
4. Известно, что среди чисел $a + b$, $a - b$, ab и $a : b$ три числа равны, а четвёртое отлично от них. Какие значения могут принимать числа a и b ?
5. На диаметре окружности с центром в точке O находятся центры A и B двух кругов, касающихся как первоначальной окружности, так и друг друга. Круг с центром C касается всех рассмотренных окружностей и кругов. Доказать, что периметры треугольников AOC и BOC равны длине диаметра первой окружности.

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2019 – 2020 учебный год

9 КЛАСС

1. Рассматриваются 11-значные натуральные числа, в которых ровно две цифры одинаковы, а остальные попарно различны. Каково наибольшее из этих чисел, делящееся на 11?
2. На окружности расположена одна красная точка и 2019 синих. Рассматриваются всевозможные многоугольники с вершинами в этих точках. Каких среди них будет больше: с красной вершиной или без неё?
3. На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 20. За один ход разрешается стереть три числа с суммой 24. Какое наибольшее число ходов можно сделать?
4. Три последовательные стороны четырёхугольника соответственно равны 3, 7, 3. Какую наибольшую площадь он может иметь?
5. Можно ли, используя каждую из десяти цифр по одному разу, записать натуральное число и его квадрат?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2019 – 2020 учебный год

10 КЛАСС

1. Существует ли функция $f(x)$, определённая на всей числовой прямой, переводящая рациональные числа в рациональные, и удовлетворяющая тождеству $f(f(x)) = 2x$?
2. Произведение четырёх последовательных натуральных чисел нацело делится на их сумму. Что это за числа?
3. Существуют ли три положительных числа, для которых первое равно сумме второго и третьего, второе равно сумме квадратов первого и третьего, а третье равно разности квадратных корней из первого и второго?
4. В треугольнике ABC угол C равен 60° градусам. Биссектрисы углов A и B пересекают противоположные стороны в точках P и Q соответственно. Доказать, что $AB = AQ + BP$.
5. Дана последовательность нулей и единиц из 200 членов, в которой нулей и единиц поровну. Всегда ли можно выделить из неё 100 идущих подряд членов, в которой нулей и единиц также поровну?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2019 – 2020 учебный год

11 КЛАСС

1. Сколько решений имеет уравнение $\sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x = \sqrt{2}$ на отрезке $x \in [0, \pi]$?
2. Круг и квадрат имеют одинаковые площади. В круг вписали квадрат, а в квадрат вписали круг. Что больше: площадь квадрата, вписанного в круг, или площадь круга, вписанного в квадрат?
3. В ряду чисел 1, 2, 3, ..., 30, за один ход вычеркиваются по три числа, сумма которых меньше 35. На следующем ходу вычеркиваются другие три числа, сумма которых меньше 35, причём значения сумм не повторяются.
Какое наибольшее количество ходов можно сделать?
4. Сумма двух натуральных чисел равна S , а их произведение равно P . Известно, что $S(S+1)$ нацело делится на P . Какие значения может принимать частное?
5. В треугольнике ABC угол C равен 60 градусам. Проведена медиана CM . Доказать, что $2CM < AB + AC$.

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35